



KFT ÜBUNGEN 03

1. INHOMOGENE MAXWELL-GLEICHUNGEN UND POTENTIALE

Wir führen den 4er-Strom $J_a = \mu_0(-\rho c, \vec{J})$ und das 4er-Potential $A_a = (-\phi/c, \vec{A})$ ein und definieren den elektromagnetischen Feldstärketensor $F_{ab} = \partial_a A_b - \partial_b A_a$.

Die folgende Aufgabe ist im wesentlichen eine Wiederholung von Dingen die wir bereits in der Vorlesung gemacht und besprochen haben. Sinn und Zweck der Übung ist, dass Ihr diese Rechnungen selber nachvollzieht, unter anderem um Euch davon zu überzeugen, um wieviel einfacher und übersichtlicher die kovarianten Rechnungen sind:

- (a) Zeige dass F_{ab} eichinvariant ist, d.h. invariant unter Eichtransformationen $A_a \rightarrow A_a + \partial_a \Psi$. [1-Zeilen-Rechnung]
- (b) Drücke die Komponenten F_{0k} und F_{ik} von F_{ab} unter Verwendung von

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad , \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \partial_t \vec{A} \quad (1)$$

durch die Komponenten E_i und B_i aus [je 1-2 Zeilen (abhängig von Schriftgröße ...)] und bestimme daraus die Komponenten von F^{ab} .

- (c) Zeige dass die 4 Gleichungen

$$\partial_a F^{ab} = -J^b \quad (2)$$

(mit F^{ab} ausgedrückt durch E_i und B_i) die inhomogenen Maxwell-Gleichungen sind.

- (d) Zeige dass (2) sich als

$$\square A_a - \partial_a (\partial_b A^b) = -J_a \quad (3)$$

schreiben lässt. [1-Zeilen Rechnung]

- (e) Zeige dass aus (2) die Stromerhaltung $\partial_a J^a = 0$ folgt. [1-Zeilen Rechnung]