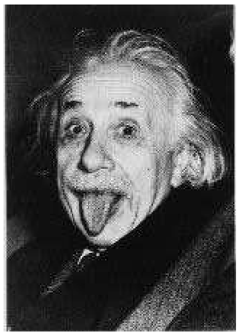

KFT Übungen 04

1. Die homogenen Maxwell-Gleichungen

   (a) Sei $F_{ab} = \partial_a A_b - \partial)bA_a$. Zeige dass

   $$\partial_a F_{bc} + \partial_b F_{ca} + \partial_c F_{ab} = 0 \tag{1}$$

   identisch erfüllt ist. [2-Zeilen Rechnung]

   (b) Sei jetzt F_{ab} der in Aufgabe 03.1b berechnete Tensor (Komponenten ausgedrückt durch $\vec{E}$ und $\vec{B}$). Zeige dass (1) zu den homogenen Maxwell-Gleichungen äquivalent ist,

   $$\partial_a F_{bc} + \partial_b F_{ca} + \partial_c F_{ab} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \quad , \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{B} = 0 \ . \tag{2}$$

   [Hinweis: betrachte separat die Fälle wo (i) zwei der Indizes in (1) gleich sind, (ii) alle 3 Indizes räumliche Indizes sind, (iii) zwei der Indizes räumlich sind.]

2. Der duale Feldstärketensor:

   Der duale Feldstärketensor ist durch

   $$\tilde{F}^{ab} = \tfrac{1}{2}\epsilon^{abcd} F_{cd} \tag{3}$$

   (ϵ^{abcd} total antisymmetrisch, $\epsilon^{0123} = -1$) definiert, so dass

   $$\partial_a \tilde{F}^{ab} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \partial_a F_{bc} + \partial_b F_{ca} + \partial_c F_{ab} = 0 \ . \tag{4}$$

   Zeige nun auch direkt, dass $\partial_a \tilde{F}^{ab} = 0$ die homogenen Maxwell-Gleichungen sind, d.h. bestimme (mit $F_{0i} = -E_i/c$, $F_{ij} = \epsilon_{ijk} B_k$), die Komponenten von $\tilde{F}^{ab}$ und zeige dass

   $$\partial_a \tilde{F}^{ab} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \quad , \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{B} = 0 \ . \tag{5}$$

3. Lorentz-Invarianten

   Berechne die Invarianten (eichinvariante Lorentz-Skalare) $I_1 = \frac{1}{4} F_{ab} F^{ab}$ und $I_2 = \frac{1}{4} F_{ab} \tilde{F}^{ab}$ und schliesse daraus dass wenn in einem Inertialsystem $\vec{E} = 0$ dass dann in jedem Inertialsystem gilt $\vec{E}.\vec{B} = 0$ und $|\vec{E}/c| < |\vec{B}|$.