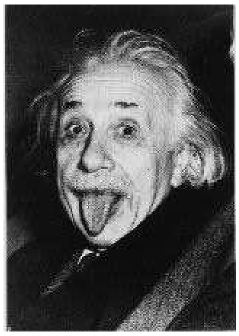

KFT Übungen 05

1. Sei $L_1(\phi, \partial_\alpha\phi; x)$ die Wirkung für ein reelles Skalarfeld ϕ (die möglicherweise explizit von den Koordinaten x^a abhängt), und

$$L_2(\phi, \partial_a\phi; x) = L_1(\phi, \partial_a\phi; x) + \frac{d}{dx^a}W^a(\phi; x) \tag{1}$$

Hier ist d/dx^a die totale Ableitung

$$\frac{d}{dx^a} = \frac{\partial}{\partial x^a} + \frac{\partial\phi(x)}{\partial x^a}\frac{\partial}{\partial\phi(x)} + \ldots \tag{2}$$

die sowohl auf die explizite als auch auf die implizite x-Abhängigkeit wirkt.

Zeige dass die Euler-Lagrange Gleichungen für L_1 und L_2 identisch sind, d.h. dass die Euler-Lagrange Gleichungen für eine totale Ableitung dW^α/dx^α identisch erfüllt sind.

2. Komplexes Skalarfeld I: Wirkung und Bewegungsgleichungen

Sei

$$\begin{aligned} S[\Phi] &= \int d^4x \left(-\tfrac{1}{2}\eta^{ab}\partial_a\Phi\partial_b\Phi^* - W(\Phi,\Phi^*)\right) \\ &= \int d^4x \left(-\tfrac{1}{2}\eta^{ab}\partial_a\phi_1\partial_b\phi_1 - \tfrac{1}{2}\eta^{ab}\partial_a\phi_2\partial_b\phi_2 - V(\phi_1,\phi_2)\right) \end{aligned} \tag{3}$$

die (reelle) Wirkung für ein komplexes Skalarfeld $\Phi = \phi_1 + i\phi_2$ (ϕ_1 und ϕ_2 reelle Felder und $W(\Phi,\Phi^*) \equiv V(\phi_1,\phi_2)$ ein reelles Potential). Zeige:

(a) Die Bewegungsgleichungen für ϕ_1 und ϕ_2 lauten

$$\Box\phi_{1,2} = \frac{\partial V}{\partial\phi_{1,2}} \quad . \tag{4}$$

(b) Diese Gleichungen sind äquivalent zu

$$\Box\Phi = 2\frac{\partial W}{\partial\Phi^*} \quad , \quad \Box\Phi^* = 2\frac{\partial W}{\partial\Phi} \quad . \tag{5}$$

(c) Diese Gleichungen folgen direkt aus der Variation von $S[\Phi]$ (erste Zeile) wenn man (formal) $\delta\Phi$ und $\delta\Phi^*$ als uabhängige reelle Variationen behandelt/betrachtet.